

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
“Башкирский государственный медицинский университет”
Министерства здравоохранения Российской Федерации**

Кафедра медицинской физики информатики

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ
к практическим занятиям**

Дисциплина: Математика
Направление: 38.03.01 – Экономика
Курс 1
Семестр 1,2

Уфа

Рецензенты:

1. Главный научный сотрудник Института биохимии и генетики – обособленного структурного подразделения ФГБНУ Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, д.б.н., профессор А.В. Чермерис
2. Декан биологического факультета ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», заведующий кафедрой биохимии и биотехнологии, д.б.н., профессор, почетный работник ВПО РФ, Заслуженный деятель наук РБ, Отличник образования РБ, награжден медалью «За вклад в реализацию государственной политики в области образования» С.А. Башкатов

Автор: д.э.н., доцент, профессор кафедры медицинской физики и информатики Галиева Г.Ф.

Утверждено на заседании кафедры экономики и менеджмента «28» октября 2025г., протокол № 2.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
План практических занятий.....	7
Примеры заданий	10
Список рекомендованной литературы.....	13

Предисловие

Целью изучения дисциплины является Формирование прочных фундаментальных знаний в области математического анализа, алгебры и геометрии; Развитие логического мышления и умения применять математические методы для решения прикладных и теоретических задач; Овладение навыками аналитического подхода к исследованию функций и процессов; Подготовка студентов к использованию математических знаний в профессиональной деятельности и дальнейшем обучении.

Задачами освоения дисциплины являются:

1. Освоить основные понятия и методы работы с матрицами, в том числе операции транспонирования и умножения.
2. Научиться применять методы дифференцирования и интегрирования для исследования функций и решения прикладных задач.
3. Овладеть методами нахождения пределов функций и пониманием их роли в математическом анализе.
4. Изучить теорию и применение производной, включая ее использование для поиска экстремумов и анализа графиков функций.
5. Развить навыки работы с функциями нескольких переменных, включая вычисление частных производных и дифференциалов.
6. Познакомиться с основами разложения функций в ряд Тейлора и его применения для приближенных вычислений.
7. Научиться использовать интегральное исчисление для решения задач с неопределенными интегралами и освоить базовые методы интегрирования

Методические указания содержат общие рекомендации по изучению дисциплины, тематику и примерные планы практических занятий, источники для изучения теоретического материала.

Темы практических занятий

Тематика и трудоемкость практических занятий представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Тематика и трудоемкость практических занятий

п/ №	Название тем практических занятий	Объем по семестрам	
		Всего часов	Се- местр
1	2	3	4
1.	Занятия 1. Матрицы. Основные определения и понятия. Транспонирование и умножение матриц.	2	1
2.	Занятия 2. Определители 2–го и 3–го порядка. Свойства.	2	1
3.	Занятия 3. Система линейных уравнений. Метод Гаусса.	2	1
4.	Занятия 4. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.	2	1
5.	Занятия 5. Векторы. Операции над векторами. Системы координат. Координаты вектора.	2	1
6.	Занятия 6. Скалярное произведение. Векторное произведение. Смешанное произведение.	2	1
7.	Занятия 7. Прямые на плоскости.	2	1
8.	Занятия 8. Линии второго порядка.	2	1
9.	Занятия 9. Функции.	2	1
10.	Занятия 10. Теоремы о пределах функций.	2	1
11.	Занятия 11. Нахождение предела функции.	2	1
12.	Занятия 12. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции.	2	1
13.	Занятия 13. Основные способы дифференцирования функций.	2	1
14.	Занятия 14. Экстремумы функций	2	1
15.	Занятия 15. Применение производных к решению прикладных задач.	2	1
16.	Занятия 16. Применение производной для исследования функции.	2	1
17.	Занятия 17. Дифференциал функции. Аналитический и геометрический смысл дифференциала.	2	1
18.	Занятия 18. Функции двух переменных. Частные производные, частные и полный дифференциалы функции двух переменных.	2	1
19.	Занятия 19. Формула Тейлора.	2	1
20.	Занятия 20. Неопределенный интеграл. Основные способы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод подстановки. Метод интегрирования по частям.	2	1
	Итого	40	

Примерная структура практического занятия:

- 1) Контроль исходного уровня знаний и умений (устный опрос, входное тестирование)
- 2) Разбор с преподавателем узловых вопросов, необходимых для освоения темы занятия.
- 3) Демонстрация преподавателем методики практических приемов по данной теме.
- 4) Самостоятельная работа обучающихся под контролем преподавателя (решение задач, разбор кейсов, подготовка ответов на вопросы)
- 5) Контроль конечного уровня усвоения темы (опрос, контрольная работа)

План занятий:

Занятие 1. Матрицы. Основные определения и понятия. Транспонирование и умножение матриц.

1. Что такое матрица? Какие бывают размеры матриц?
2. Как обозначаются элементы матрицы?
3. Что такое транспонирование матрицы?
4. Как выполнить транспонирование матрицы на примере?
5. Какие условия существуют для умножения матриц?
6. Как умножать матрицы пошагово?
7. Приведите пример умножения двух матриц 2×2 .
8. Что такое единичная матрица?
9. Чем отличаются квадратные и прямоугольные матрицы?
10. Как найти сумму двух матриц?

Занятие 2. Определители 2-го и 3-го порядка. Свойства.

1. Что такое определитель матрицы?
2. Как вычислить определитель матрицы 2×2 ?
3. Как вычислить определитель матрицы 3×3 по формуле Саррюса?
4. Какие свойства определителей вы знаете?
5. Как влияет перестановка строк на знак определителя?
6. Что происходит с определителем при умножении строки на число?
7. Как вычислить определитель, если одна строка состоит из нулей?
8. Что значит, что определитель равен нулю?
9. Как связаны определитель и обратная матрица?

10.Приведите пример использования определителя для решения задачи

Занятие 3. Система линейных уравнений. Метод Гаусса.

1. Что такое система линейных уравнений?
2. Как записать систему уравнений в матричной форме?
3. Что такое метод Гаусса?
4. Опишите шаги метода Гаусса для решения системы.
5. Как привести матрицу к треугольному виду?
6. Что такое обратный ход метода Гаусса?
7. Какие случаи существуют при решении систем методом Гаусса?
8. Что делать, если определитель матрицы системы равен нулю?
9. Приведите пример решения системы из двух уравнений методом Гаусса.
- 10.Как определить, есть ли у системы решений, и сколько?

Занятие 4. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

1. В чем суть метода Крамера?
2. Для каких систем применим метод Крамера?
3. Как найти определитель основной матрицы системы?
4. Как построить матрицу для вычисления переменной x_i ?
5. Приведите формулу для решения переменной в методе Крамера.
6. Что происходит, если определитель основной матрицы равен нулю?
7. На примере решите систему из двух уравнений методом Крамера.
8. Какие ограничения на размер системы существуют для метода Крамера?
9. Как связаны метод Крамера и метод Гаусса?
- 10.Какие преимущества и недостатки метода Крамера?

Занятие 5. Векторы. Операции над векторами. Системы координат. Координаты вектора.

1. Что такое вектор в геометрическом смысле?
2. Как записывается вектор в координатной форме?
3. Что такое система координат?
4. Как определить координаты вектора в декартовой системе?
5. Какие операции можно выполнять над векторами?
6. Как осуществляется сложение векторов?
7. Как вычислить длину (модуль) вектора?
8. Что такое отрицательный вектор?
9. Что такое структура линейной комбинации векторов?
- 10.Как из двух точек на плоскости получить координаты вектора?

Занятие 6. Скалярное произведение. Векторное произведение. Смешанное произведение.

1. Что такое скалярное произведение двух векторов?
2. Как вычислить скалярное произведение по координатам?
3. Как интерпретируется скалярное произведение геометрически?
4. Что такое угол между векторами и как его найти?
5. Что такое векторное произведение?
6. Как вычислить векторное произведение в трехмерном пространстве?
7. Как интерпретировать векторное произведение геометрически?
8. Что такое смешанное произведение трех векторов?
9. Как смешанное произведение связано с объемом параллелепипеда?
10. Приведите примеры применения каждого из произведений.

Занятие 7. Прямые на плоскости.

1. Как задается прямая уравнением в координатах?
2. Что такое общий вид уравнения прямой?
3. Как найти угловой коэффициент прямой?
4. Как найти точку пересечения двух прямых?
5. Как определить параллельность и перпендикулярность прямых?
6. Что такое уравнение прямой в отрезках?
7. Как преобразовать уравнение прямой из одной формы в другую?
8. Как найти расстояние от точки до прямой?
9. Что такое нормальный вектор к прямой?
10. Как построить график прямой по уравнению?

Занятие 8. Линии второго порядка.

1. Что такое линии второго порядка?
2. Назовите основные виды кривых второго порядка (эллипс, гипербола, парабола).
3. Каков общий вид уравнения линии второго порядка?
4. Как привести уравнение к каноническому виду?
5. Что означают коэффициенты уравнения с точки зрения формы кривой?
6. Как построить график эллипса?
7. Как найти фокусы и оси гиперболы?
8. Как определить параметры параболы по её уравнению?
9. Как отличить линии второго порядка друг от друга по уравнению?
10. Приведите примеры применения линий второго порядка.

Занятие 9. Функции.

1. Что такое функция с точки зрения математики?
2. Какие бывают типы функций по области определения и значений?
3. Что такое область определения функции?
4. Что такое график функции?
5. Как определить, является ли функция возрастающей или убывающей?
6. Какие бывают типы функций: линейные, квадратичные, экспоненциальные и др.?
7. Как найти значения функции для заданного аргумента?
8. Что такое обратная функция?
9. Как определить область значений функции?
10. Приведите примеры простейших функций и их графиков.

Занятие 10. Теоремы о пределах функций.

1. Что такое предел функции в точке?
2. Как формулируется теорема о пределе суммы функций?
3. Что говорит теорема о пределе произведения функций?
4. В чем суть теоремы о пределе частного функций?
5. Как найти предел константы?
6. Что такое предел функции при стремлении аргумента к бесконечности?
7. Что такое неопределённость вида $\frac{0}{0}$?
8. Как определить существование предела по определению?
9. Как используем теоремы о пределах для вычисления сложных пределов?
10. Приведите примеры вычисления пределов функций.

Занятие 11. Нахождение предела функции.

1. Какие методы используются для нахождения пределов?
2. Как применять правило Лопиталя?
3. Как считать пределы при переходе к бесконечности?
4. Как определить односторонние пределы?
5. Что делать при неопределённостях типа $\frac{\infty}{\infty}$?
6. Как преобразовывать выражения для удобства вычисления предела?
7. Как находить пределы тригонометрических функций?
8. Приведите пример вычисления предела сложной функции.
9. Как проверить существование предела с помощью определений?
10. Какие особенности существуют при нахождении пределов функций с несколькими переменными?

Занятие 12. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции.

1. Что такое производная функции?
2. Как связаны скорость изменения и производная?
3. Как определить производную по определению?
4. Что такое дифференцируемость функции?
5. Какие функции являются дифференцируемыми?
6. Какие геометрические смыслы производной вы знаете?
7. Как связаны касательная к графику функции и производная?
8. Что такое производная в точке?
9. Приведите примеры функций и их производных.
10. Почему важно изучать производные?

Занятие 13. Основные способы дифференцирования функций.

1. Как дифференцировать степенную функцию?
2. Правила дифференцирования суммы и разности функций.
3. Правило произведения функций.
4. Правило частного функций.
5. Как дифференцировать сложную функцию (правило цепочки)?
6. Производные элементарных функций: синус, косинус, экспонента.
7. Производные логарифмических функций.
8. Как найти производную обратной функции?
9. Примеры практического применения правил дифференцирования.
10. Как проверять правильность вычисления производной?

Занятие 14. Экстремумы функций.

1. Что такое экстремумы функции?
2. Как отличить максимум от минимума?
3. Как найти критические точки функции?
4. Как использовать первую производную для поиска экстремумов?
5. Как использовать вторую производную для классификации экстремумов?
6. Что такое точки перегиба?
7. Как найти экстремумы на заданном отрезке?
8. Приведите пример поиска экстремума функции.
9. Какие бывают локальные и глобальные экстремумы?
10. Применение экстремумов в практических задачах.

Занятие 15. Применение производных к решению прикладных задач.

1. Как связаны производные с нахождением скорости изменения величин?
2. Как использовать производные для анализа движения?

3. Как применять производные для оптимизации (минимизации/максимизации)?
4. Роль производной в экономике: максимум прибыли.
5. Использование производных для расчета наклона кривой.
6. Как находить точки бифуркации с помощью производных?
7. Пример решения задачи на нахождение максимума площади.
8. Использование производной для анализа роста функций.
9. Как интерпретировать физический смысл производной в различных задачах?
10. Связь производной с углом касательной к графику.

Занятие 16. Применение производной для исследования функции.

1. Как с помощью производной определить интервалы возрастания и убывания?
2. Как найти точки экстремума через производную?
3. Что такое интервалы выпуклости и вогнутости?
4. Что такое точка перегиба?
5. Как использовать первую и вторую производные для анализа графика?
6. Как найти асимптоты функции?
7. Какие выводы о поведении функции можно сделать, изучая её производные?
8. Пример исследования функции с использованием производных.
9. Как находить критические точки, где производная равна нулю или не существует?
10. Как построить схематичный график функции на основе анализа производных?

Занятие 17. Дифференциал функции. Аналитический и геометрический смысл дифференциала.

1. Что такое дифференциал функции?
2. Как записывается дифференциал в аналитической форме?
3. Как связана производная и дифференциал?
4. Геометрический смысл дифференциала.
5. В чем разница между приращением функции и дифференциалом?
6. Как использовать дифференциал для приближенных вычислений?
7. Пример вычисления дифференциала для простой функции.
8. Что такое полный и частный дифференциал?
9. Как дифференциал применяется в задачах приближенного численного анализа?

10. Значение дифференциала в практических приложениях.

Занятие 18. Функции двух переменных. Частные производные, частные и полный дифференциалы функции двух переменных.

1. Что такое функция двух переменных?
2. Как задать область определения функции двух переменных?
3. Как найти частные производные по каждой переменной?
4. Что такое градиент функции?
5. Как вычислить полный дифференциал функции нескольких переменных?
6. Геометрический смысл частных производных.
7. Что такое экстремумы функций нескольких переменных?
8. Как применять частные производные для нахождения экстремумов?
9. Пример вычисления полного дифференциала на примере.
10. Применение функций нескольких переменных и их дифференциалов в задачах.

Занятие 19. Формула Тейлора.

1. Что такое формула Тейлора?
2. Для чего используется разложение функции в ряд Тейлора?
3. Как выглядит разложение функции в ряд Тейлора в точке?
4. Что такое остаточный член в формуле Тейлора?
5. Как найти приближенное значение функции с помощью ряда Тейлора?
6. Пример разложения функции $\ln x$ в ряд Тейлора.
7. Как формула Тейлора связана с приближением функций?
8. Для каких функций разложение в ряд Тейлора применимо?
9. Как вычислить производные, необходимые для формулы Тейлора?
10. Применение формулы Тейлора в численных методах.

Занятие 20. Неопределенный интеграл. Основные способы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод подстановки, метод интегрирования по частям.

1. Что такое неопределенный интеграл?
2. Связь интеграла и производной (основная теорема анализа).
3. Правила непосредственного интегрирования элементарных функций.
4. Как применять метод подстановки для вычисления интегралов?
5. Что такое метод интегрирования по частям?
6. Пример вычисления интеграла методом подстановки.
7. Пример применения интегрирования по частям.
8. Как решать интегралы от степенных функций?

9. Как находить интегралы тригонометрических функций?

10. Роль неопределенного интеграла в решении прикладных задач.

Список рекомендованной литературы

Основная литература

п/ №	Наименование	Автор (ы)	Год, место издания	Кол-во экземпляров в библиотеке
1	2	3	4	5
1.	Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебник для прикладного бакалавриата: рек. УМО, рек. Мин. образования и науки РФ	Гмурман, В. Е.	- 12-е изд. - М. : Юрайт, 2016. - 479 с.	10
2.	Основы высшей математики: учебник	Лобочкая, Н. Л.	- 2-е изд., перераб. и доп., стереотипное издание. Перепечатка с издания 1978 г. - М. : Альянс, 2015. - 479 с.	1144
3.	Математика: учебник	. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. И. В.	- М.: ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 320 с. - ISBN 978-5-9704-7082-4. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента". - URL: https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785970470824.html	Неограниченный доступ

Дополнительная литература

п/ №	Наименование	Автор (ы)	Год, место издания	Кол-во экземпляров в библиотеке
1	2	3	4	5
1	Руководство к решению задач	Гмурман, В. Е.	11-е изд., перераб.	30

	по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие		- М.: Высшее образование, 2007. - 404 с.	
2	Задачи по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию с решениями [Текст]: учеб. пособие	Шапкин А.С.	4-е изд. - М. : Дашков и К, 2007. - 431 с.	30
3	Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры]: монография	А. А. Самарский, А. П. Михайлов.	2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2005. - 316 с.	30
4	Электронно-библиотечная система «Лань»			http://e.lanbook.com
5	Электронно-библиотечная система «Консультант студента» для ВПО			www.studmedlib.ru
6	База данных «Электронная учебная библиотека»			http://library.bashgmu.ru